# Olympiades de mathématiques
# 3ème – Epreuve par équipes de 3 élèves
# Mardi 24 mars 2020 (14 h à 16 h)

**Pour qui ? Quand ? Comment ?**

L'épreuve aura lieu au collège, mardi 24 mars de 14h à 16h, à la place des cours habituels (les autres élèves non inscrits iront bien en cours pendant ce temps là), au CDI très pratique pour s'installer par équipe de 3 élèves (pas obligatoirement de la même classe) et ce pour tous les élèves volontaires de 3ème qui ont un bon niveau en maths, qui se sentent prêts à chercher en équipe durant 2h, à faire des essais, des erreurs, des tentatives et aboutir parfois !

**Les Olympiades c'est quoi ?**

- un concours organisé dans plusieurs académies en même temps, et gratuit !

- 3 ou 4 exercices, assez difficiles en général, à traiter obligatoirement (même si on n'aboutit pas, il faut montrer sur sa copie qu'on a cherché les 4). L'objectif est de collaborer, pas de faire chacun un exercice tout seul !

- calculatrice autorisée, ainsi que matériel de géométrie, ciseaux

- brouillon fourni pour vos nombreux essais et tentatives (faire des maths c'est d'abord chercher)

- épreuve par équipe donc on échange avec son équipe, on discute, on débat, on essaye, on questionne…

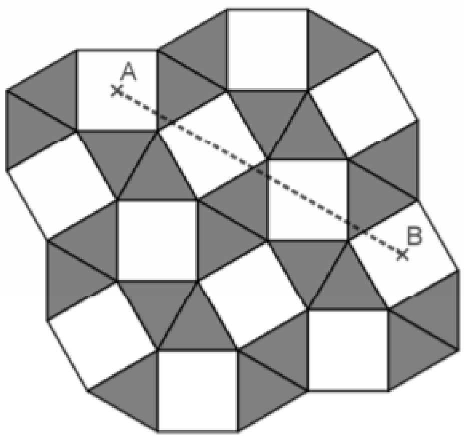
**Exercices de l'année précédente avec des éléments de correction pour voir un peu à quoi ça ressemble :**

## Exercice 1

### *Carrelage*

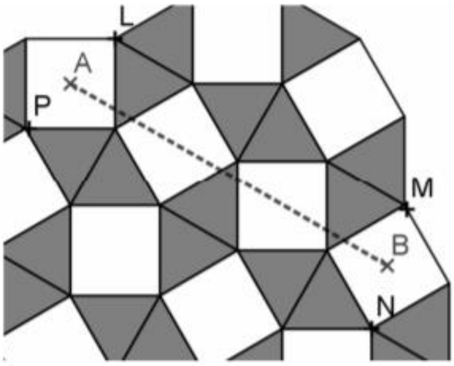
Le sol de ma cuisine est couvert de céramiques carrées ou triangulaires de même côté 20 cm, comme l'illustre la figure ci-contre.
Les points A et B sont les milieux de deux tuiles carrées séparées par deux autres tuiles carrées.

Quelle est la distance AB ?



**Correction exercice 1 :**

## Carrelage




On nomme L et P, M et N des sommets opposés des carrés dont A et B sont les milieux. Les triangles équilatéraux ont des angles mesurant 60° et les « demi-triangles équilatéraux » ont des angles aigus de 30° et 60°. Il s'ensuit que les droites (LM) et (NP) sont parallèles et que le quadrilatère LMNP est un trapèze, isocèle de surcroît, dont [AB] joint les milieux des côtés non parallèles.
La longueur AB est donc la demi-somme des longueurs LM et NP.
On a $\mathrm{LM} = 20 + 2 \times \frac{20\sqrt{3}}{2} + 20 = 40 + 20\sqrt{3}$
$\mathrm{PN} = 2 \times \frac{20\sqrt{3}}{2} + 20 + 2 \times \frac{20\sqrt{3}}{2} = 40\sqrt{3} + 20.$

Finalement : $AB = 30 + 30\sqrt{3}$

## Exercice 2

### *Onze diviseurs*

On rappelle que la notation $|x|$ désigne le plus grand des nombres $x$ et $-x$. Trouver le plus petit entier naturel $a$ pour lequel il existe exactement ONZE valeurs de l'entier $x$ pour lesquelles le nombre $a$ est un multiple de $n = 75 - |x|$ .

**Correction exercice 2 :**

## Onze diviseurs

Si $x$ est une valeur qui convient, alors $-x$ convient aussi, et cinq des onze valeurs cherchées sont positives, cinq autres sont leurs opposés, la dernière est 0. Le nombre $a$ cherché est donc un multiple de 75. On cherche donc cinq entiers positifs $x, y, z, t, u$ tels que :
1. Le plus petit multiple commun des six nombres $75 - x, 75 - y, 75 - z, 75 - t, 75 - u$ et 75 soit le plus petit possible.
2. Ce plus petit multiple commun n'ait pas d'autre diviseur compris entre 1 et 75 que ces six nombres.

Comme le nombre 75 a exactement six diviseurs qui sont $75, 25, 15, 5, 3$ et $1$, les nombres cherchés sont $74, 72, 70, 60$ et $50$. Le nombre $a$ est alors 75 lui-même.

**Pour avoir plus d'informations, ou plus d'exercices des années précédentes, aller sur :**

**https://euler.ac-versailles.fr/rubrique8.html**